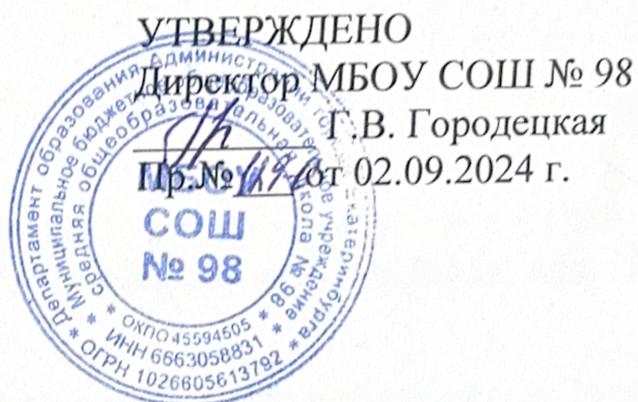


МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 98

---

РАССМОТРЕНО  
На педагогическом совете  
МБОУ СОШ № 98  
Протокол № 1  
От «30» 09 2024.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
курса внеурочной деятельности  
«Олимпиадная математика»  
(Среднее общее образование)

Екатеринбург  
2024

## **1. Комплекс основных характеристик программы**

### **1.1. Пояснительная записка**

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Олимпиадная математика, 10-11 класс» составлена в соответствии с **нормативными документами:**

- 1.Федеральный Закон № 273-ФЗ от 29.12.2012 «Об образовании в Российской Федерации».
- 2.Концепция развития дополнительного образования детей (Распоряжение Правительства Российской Федерации от 04.09. 2014 № 1726-р).
- 3.«Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей», Пост № 41 об утв. СанПиН 2.4.4.3172-14 от 04.07.2014
- 4.Приказ Министерства Просвещения Российской Федерации (Минпросвещения России) от 09.11.2018 № 196 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».
5. Письмо Министерства образования и науки РФ от 18 ноября 2015 г. № 09-3242. «Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы)».

**Направленность программы** – естественно-научная.

**Актуальность программы.** Актуальность рабочей программы состоит в том, что её содержание направлено на освоение обучающимися знаний, умений и навыков на продвинутом уровне по математике. Программа построена как расширение и углубление содержания основного общего образования, соответствует требованиям к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования, прописанным в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования. В ней учитываются основные идеи и тенденции развития олимпиадного математического движения в Российской Федерации, учитываются особенности проведения Всероссийской олимпиады школьников по математике на разных этапах от школьного до всероссийского. Содержание программы вносит существенный вклад в образование по математике на ступени основного общего образования, в формирование основных математических понятий в области комбинаторики, в приобретении умений строить математически строгие доказательства, применять теоремы и идеи при решении олимпиадных задач.

**Уровень освоения программы:** продвинутый.

**Адресат программы:** обучающиеся 9-11 класса, возраст 14-18 лет. Набор обучающихся в группы проводится без предварительного отбора.

Количество обучающихся в группе 20-25 человек.

**Объем освоения программы:**

1 год обучения – 5 часов в неделю, 180 часов в год.

**Срок реализации программы:** 1 год.

**Периодичность и продолжительность занятий:** 2 раза в неделю, по 2-3 часа.

**Форма обучения:** очная.

**Особенности организации образовательной деятельности:**

Группы формируются из желающих обучающихся соответствующих параллелей, состав группы постоянный.

Учебный год начинается: с 1 сентября

Программу реализует педагог дополнительного образования.

Дополнительная общеобразовательная программа «Олимпиадная математика, 9-11 класс» реализуется в течение всего учебного года, включая каникулярное время.

## **1.2. Цель, задачи программы**

**Цель программы:** формирование у обучающихся навыков построения математически строгих доказательств, использования идей и теорем при решении олимпиадных задач, формирование необходимой теоретической базы для участия в ВсОШ по математике, расширяющей и дополняющей содержание основного общего образования.

**Задачи программы:**

**Обучающиеся:**

- овладеть основными понятиями комбинаторики, не входящими в курс основного общего образования
- изучить новые идеи и методы рассуждений в математических задачах
- изучить теоретический материал в различных областях математики, необходимый для участия в ВсОШ по математике.

**Развивающие:**

- развить интерес к занятиям математикой;
- развить навыки построения доказательств, устной презентации;

**Воспитательные:**

- получить опыт участия в математических олимпиадах и соревнованиях, необходимую психологическую подготовку к олимпиадам, выработать терпение и ответственность.

**1.3. Содержание программы**  
**Учебный план**

№	разделы, темы	Всего часов	из них		Форма контроля/ аттестации
			практика	теория	
<b>I.</b>	<b>Входное тестирование</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		
1.	Входное тестирование		2		Тестовая
<b>II.</b>	<b>Модуль «Алгебраические методы»</b>	<b>70</b>	<b>46</b>	<b>24</b>	
2.	Многочлены		5	3	Устный опрос, обсуждение
3.	Многочлены и делимость		5	2	Устный опрос, обсуждение
4.	От теоремы Эйлера		5	3	Устный опрос, обсуждение
5.	Применение неравенств в теории чисел		3	2	Устный опрос, обсуждение
6.	Теория множеств		5	2	Устный опрос, обсуждение
7.	Комбинаторика		5	3	Устный опрос, обсуждение
8.	Задачи о таблицах		5		Устный опрос, обсуждение
9.	Классические неравенства		8	4	Устный опрос, обсуждение
10.	Комплексные числа		5	5	Устный опрос, обсуждение
<b>III.</b>	<b>Модуль «Математический анализ»</b>	<b>23</b>	<b>13</b>	<b>10</b>	
11.	Свойства функций		5	3	Устный опрос, обсуждение
12.	Производная		5	5	Устный опрос, обсуждение
13.	Производная и неравенства		3	2	Устный опрос, обсуждение
<b>IV.</b>	<b>Модуль «Геометрические методы»</b>	<b>55</b>	<b>35</b>	<b>20</b>	
14.	Двойные отношения		5	2	Устный опрос, обсуждение

15.	Гармонические четверки		5	3	Устный опрос, обсуждение
16.	Поворотная гомотетия		5	2	Устный опрос, обсуждение
17.	Комбинаторная геометрия		5	3	Устный опрос, обсуждение
18.	Инверсия		5	5	Устный опрос, обсуждение
19.	Проективная геометрия		10	5	Устный опрос, обсуждение
<b>V.</b>	<b>Тренировочные олимпиады</b>	<b>30</b>	<b>18</b>	<b>12</b>	Устные и письменные олимпиады
	<b>Всего</b>	<b>180</b>	<b>114</b>	<b>66</b>	

### Содержание учебного плана

#### I. Вводное занятие и тестирование.

Тема 1. Тестирование уровня школьников и входных знаний.

Теоретические занятия:

Знакомство с целями и задачами курса.

Практические занятия:

Входная диагностика.

#### II. Модуль «Алгебраические методы»

Тема 2. Многочлены

Теоретические занятия:

Формальный многочлен. Теорема о единственности деления. Основная теорема арифметики для многочленов. Теорема Безу. Кратность корней. Теорема Виета для уравнений высших степеней. Интерполяционный многочлен.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 3. Многочлены и делимость

Теоретические занятия:

Теорема Безу для многочленов с целыми коэффициентами. Целозначные многочлены. Содержание многочлена. Теорема Гаусса. Критерий неразложимости Эйзенштейна.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 4. От теоремы Эйлера.

Теоретические занятия:

Теорема Эйлера. Усиление теоремы Эйлера. Понятие показателя остатка по модулю. Лемма об уточнении показателя. Многочлены в  $\mathbb{Z}_p[x]$ . Теорема о существовании первообразного корня.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 5. Применение неравенств в теории чисел

Теоретические занятия:

Оценки, связанные с алгоритмом Евклида. Свойства ряда делителей. Слабый вариант постулата Бертрана.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 6. Теория множеств

Теоретические занятия:

Счетные и несчетные множества. Континуальные множества. Построение биекций между множествами. Отношение порядка на множествах. Теоремы Мирского, Дилуорса.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 7. Комбинаторика

Теоретические занятия:

Числа Каталана. Рекуррентные соотношения в комбинаторике. Оценочные задачи в графах: критерий гамильтоновости, хроматическое число графа.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 8. Задачи о таблицах

Теоретические занятия:

Связь таблицы и двудольного графа. Лемма Холла. Раскраски клетчатых досок, моделирование раскрасок по свойствам.

Практические занятия:

Решение задач.

Тема 9. Классические неравенства.

Теоретические занятия:

Неравенство Чебышева. Неравенство Титу. Неравенство Гёльдера. Диаграммы Юнга. Симметрические многочлены. Теорема Мюрхеда.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 10. Комплексные числа

Теоретические занятия:

Понятие комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы КЧ. Модуль КЧ. Гауссовы числа.

Практические занятия:

Решение задач

### **III. Модуль «Математический анализ»**

Тема 11. Свойства функций

Теоретические занятия:

Теоремы о существовании пределов. Монотонность и ограниченность. Сюръекция, инъекция.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 12. Производная

Теоретические занятия:

Доказательство неравенств с помощью дифференцирования. Теоремы Ролля и Лагранжа. Выпуклость функции. Связь корней многочлена и корней производной.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 13. Производная и неравенства.

Теоретические занятия:

Неравенство Юнга. Неравенство средних с весами. Метод Штурма для неравенств с разделяющимися переменными. Неравенство Йенсена.

Практические занятия:

Решение задач

### **IV. Модуль «Геометрические методы»**

Тема 14. Двойные отношения

Теоретические занятия:

Понятие двойного отношения четверки точек. Симедиана. Гармоническая четверка точек прямой. Сохранение двойных отношений при проектировании. Лемма об изогоналях.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 15. Гармонические четвёрки.

Теоретические занятия:

Гармоническая четвёрка и окружность Аполлония. Гармонический четырёхугольник.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 16. Поворотная гомотетия.

Теоретические занятия:

Свойства поворотной гомотетии. Подобные треугольники с общей вершиной. Точка Микеля.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 17. Комбинаторная геометрия

Теоретические занятия:

Выпуклая оболочка точек, опорная прямая. Идея проектирования на векторную сумму.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 18. Инверсия

Теоретические занятия:

Свойства инверсии. Ортогональные окружности. Лемма Архимеда. Доказательство теоремы Фейербаха.

Практические занятия:

Решение задач

Тема 19. Проективная геометрия

Теоретические занятия:

Параллельное проектирование. Аффинные инварианты. Центральное проектирование. Стереографическая проекция. Исключительная прямая. Окружность Римана. Полнос и поляра. Теорема Паскаля. Теорема Брианшона. Теорема о бабочке. Теорема Брокара.

Практические занятия:

Решение задач

## **V. Тренировочные олимпиады**

Практические занятия:

Тренировочные олимпиады в форме устных разнобоёв перед муниципальным, региональным и заключительными турами ВсОШ. Разборы задач с олимпиад.

### **1.4 Планируемые результаты.**

К концу обучения обучающийся должен

#### **ЗНАТЬ:**

- терминологию и основные понятия, используемые в олимпиадах школьников;
- правила оформления олимпиадных работ;
- основы тайм-менеджмента во время выполнения олимпиадных работ;
- правила использования ссылок на факты и теоремы в олимпиадах разного уровня;
- базовый набор теорем и фактов, выходящих за рамки общеобразовательного курса, но считающихся общеизвестными в соответствии с традициями олимпиадного математического движения;

#### **УМЕТЬ:**

- строить логически завершённое доказательство в математических задачах;
- выбирать структуру доказательств в зависимости от постановки вопроса;

- строить математическую модель задачи, формулировать утверждения на математическом языке;
- применять теоремы и факты при решении задач;
- обобщать утверждение задачи, строить частные утверждения на основе общего;
- структурировать переборные решения, проводить исследование общей задачи на основе упрощений и перебора;
- находить известные геометрические конструкции или их части на чертеже;
- проводить дедуктивный анализ задачи, формулировать необходимые шаги решения;
- представлять решение задачи как в устной, так и в письменной форме;

## 2. Комплекс организационно-педагогических условий

### 2.1. Календарный учебный график

№	Месяц	Форма занятия	Количество уч. часов		Тема занятия	Форма контроля
			практ	теор		
1.	Сентябрь	Письменный тест	2		Входное тестирование	Тестовая
2.	Сентябрь	Лекция		3	Многочлены	Обсуждение
3.	Сентябрь	Практическое занятие	2		Многочлены	Устный опрос
4.	Сентябрь	Практическое занятие	3		Многочлены	Устный опрос
5.	Сентябрь	Лекция		2	Многочлены и делимость	Обсуждение
6.	Сентябрь	Практическое занятие	3		Многочлены и делимость	Устный опрос
7.	Сентябрь	Практическое занятие	2		Многочлены и делимость	Устный опрос
8.	Сентябрь	Лекция		3	От теоремы Эйлера	Обсуждение
9.	Октябрь	Практическое занятие	2		От теоремы Эйлера	Устный опрос
10.	Октябрь	Практическое занятие	3		От теоремы Эйлера	Устный опрос
11.	Октябрь	Лекция		2	Применение неравенств в теории чисел	Обсуждение
12.	Октябрь	Олимпиада	3		Олимпиада	Письменная работа
13.	Октябрь	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
14.	Октябрь	Практическое занятие	3		Применение неравенств в теории чисел	Устный опрос
15.	Октябрь	Лекция		2	Теория множеств	Обсуждение
16.	Октябрь	Практическое занятие	3		Теория множеств	Устный опрос
17.	Ноябрь	Практическое занятие	2		Теория множеств	Устный опрос

18.	Ноябрь	Лекция		3	Комбинаторика	Обсуждение
19.	Ноябрь	Практическое занятие	2		Комбинаторика	Устный опрос
20.	Ноябрь	Практическое занятие	3		Комбинаторика	Устный опрос
21.	Ноябрь	Практическое занятие	2		Задачи о таблицах	Устный опрос
22.	Ноябрь	Олимпиада	3		Олимпиада	Письменная работа
23.	Ноябрь	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
24.	Ноябрь	Практическое занятие	3		Задачи о таблицах	Устный опрос
25.	Ноябрь	Лекция		2	Классические неравенства	Обсуждение
26.	Ноябрь	Практическое занятие	3		Классические неравенства	Устный опрос
27.	Декабрь	Лекция		2	Классические неравенства	Обсуждение
28.	Декабрь	Практическое занятие	3		Классические неравенства	Устный опрос
29.	Декабрь	Практическое занятие	2		Классические неравенства	Устный опрос
30.	Декабрь	Лекция		3	Комплексные числа	Обсуждение
31.	Декабрь	Лекция		2	Комплексные числа	Обсуждение
32.	Декабрь	Олимпиада	3		Олимпиада	Письменная работа
33.	Декабрь	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
34.	Декабрь	Практическое занятие	3		Комплексные числа	Устный опрос
35.	Январь	Практическое занятие	2		Комплексные числа	Устный опрос
36.	Январь	Лекция		3	Свойства функций	Обсуждение
37.	Январь	Практическое занятие	2		Свойства функций	Устный опрос
38.	Январь	Практическое занятие	3		Свойства функций	Устный опрос
39.	Январь	Лекция		2	Производная	Обсуждение
40.	Январь	Лекция		3	Производная	Обсуждение
41.	Январь	Практическое занятие	2		Производная	Устный опрос
42.	Февраль	Олимпиада	3		Тренировочная олимпиада перед РЭ ВСОШ	Письменная работа
43.	Февраль	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
44.	Февраль	Практическое занятие	3		Производная	Устный опрос
45.	Февраль	Лекция		2	Производная и неравенства	Обсуждение
46.	Февраль	Практическое занятие	3		Производная и неравенства	Устный опрос
47.	Февраль	Лекция		2	Двойные отношения	Обсуждение
48.	Февраль	Практическое занятие	3		Двойные отношения	Устный опрос
49.	Февраль	Практическое занятие	2		Двойные отношения	Устный опрос

50.	Февраль	Олимпиада	3		Олимпиада	Письменная работа
51.	Март	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
52.	Март	Лекция		3	Гармонические четверки	Обсуждение
53.	Март	Практическое занятие	2		Гармонические четверки	Устный опрос
54.	Март	Практическое занятие	3		Гармонические четверки	Устный опрос
55.	Март	Лекция		2	Поворотная гомотетия	Обсуждение
56.	Март	Практическое занятие	3		Поворотная гомотетия	Устный опрос
57.	Март	Практическое занятие	2		Поворотная гомотетия	Устный опрос
58.	Март	Лекция		3	Комбинаторная геометрия	Обсуждение
59.	Апрель	Практическое занятие	2		Комбинаторная геометрия	Устный опрос
60.	Апрель	Практическое занятие	3		Комбинаторная геометрия	Устный опрос
61.	Апрель	Лекция		2	Инверсия	Обсуждение
62.	Апрель	Олимпиада	3		Тренировочная олимпиада перед ЗЭ ВСОШ	Письменная работа
63.	Апрель	Лекция		2	Разбор олимпиады	Обсуждение
64.	Апрель	Лекция		3	Инверсия	Обсуждение
65.	Апрель	Практическое занятие	2		Инверсия	Устный опрос
66.	Апрель	Практическое занятие	3		Инверсия	Устный опрос
67.	Май	Лекция		2	Проективная геометрия	Обсуждение
68.	Май	Практическое занятие	3		Проективная геометрия	Устный опрос
69.	Май	Практическое занятие	2		Проективная геометрия	Устный опрос
70.	Май	Лекция		3	Проективная геометрия	Обсуждение
71.	Май	Практическое занятие	2		Проективная геометрия	Устный опрос
72.	Май	Практическое занятие	3		Проективная геометрия	Устный опрос
		<b>Всего</b>	<b>180</b>			
			<b>114</b>	<b>66</b>		

## 2.2. Условия реализации программы

### Материально-техническое обеспечение:

Занятия проводятся в аудитории, оборудованной классной доской и партами для обучающихся. Специальные технические средства для реализации программы не требуются.

### 2.3. Формы аттестации

Аттестация обучающихся проходит в течение года в форме письменных олимпиад. Текущий контроль осуществляется систематически в процессе занятий, в форме индивидуальных бесед с учеником или устного опроса.

Входной мониторинг проводится вначале учебного года.

### 2.4. Оценочные материалы

В процессе обучения и воспитания используется система оценок:

- объективное оценивание результатов работы на письменных олимпиадах по семибальной шкале, в соответствии с общепринятой в международном сообществе системой оценивания олимпиад;
- конкретный анализ трудностей и допущенных ошибок;
- конкретные указания на то, как можно улучшить достигнутый результат и качество.

Формы и виды контроля – входящий контроль (тестирование), письменные тренировочные олимпиады.

Формы подведения итогов – письменные олимпиады, участие в математических турнирах, перечневых олимпиадах.

### 2.5. Методическое обеспечение

На занятиях в зависимости от содержания используются следующие методы обучения:

- словесный (лекция, объяснение, беседа);
- практический (упражнения, тренировочные олимпиады);
- наглядный (чертежи, иллюстрации);
- творческий (самостоятельный поиск идей).

Образовательная деятельность организована в форме теоретических и практических занятий, включающих индивидуальную работу с заданиями, лекции и беседы при изучении теоретического материала, монолог-диалог, контроль качества знаний.

Модель учебного занятия представляет собой последовательность этапов в процессе усвоения знаний обучающимися, построенных на смене видов деятельности: восприятие, осмысление, запоминание, применение. Дидактические материалы включают задания, упражнения.

### 2.6. Список литературы

Методическая литература:

1. Агаханов Н.Х. и др., «Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2006. Окружной и финальный этапы.». Москва, издательство МЦНМО, 2007.- 472 стр.
2. Васильев, С.Н.; Кумков, С.С.; Нохрин, С.Э.; Пыткеев, Е.Г.; Хлопин, Д.В.; Шевалдин, В.Т., «Неэлементарные задачи элементарной математики. Том 3. Районные олимпиады». Екатеринбург, УрО РАН, 2014.- 276 с.
3. Генкин, С.А.; Итенберг, И.В.; Фомин, Д.В., «Ленинградские математические кружки». Киров, издательство «АСА», 1994.- 272 с.
4. Нохрин, С.Э.; Пыткеев, В.Г.; Шевалдин, В.Т., «Свердловские математические олимпиады». Екатеринбург, издательство «Новое время», 2005.- 439 с.

5. Акопян, А.В., «Геометрия в картинках». Москва, издательство МЦНМО, 2011. – 130 с.

Электронные носители, сайты в Интернете:

Задачи – проект МЦНМО при участии школы 57 <https://problems.ru/>

ИПС «Задачи по геометрии» <https://zadachi.mccme.ru/>

Art of Problem Solving <https://artofproblemsolving.com/>